Τεχνολογικό Εκπαιδευτικό Ίδρυμα Σερρών Σχολή Τεχνολογικών Εφαρμογών Τμήμα Πολιτικών Δομικών Έργων Χειμερινό Εξάμηνο 2010-2011	Εξέταση Θεωρίας: **Θ Ε Μ Ε Λ Ι Ω Σ Ε Ι Σ** Διδάσκων: Κίρτας Εμμανουήλ Εξεταστική περίοδος Ιανουαρίου	A

Διάρκεια εξέτασης: 2 ώρες

Ονοματεπώνυμο φοιτητή: .... ΑΕΜ:...........

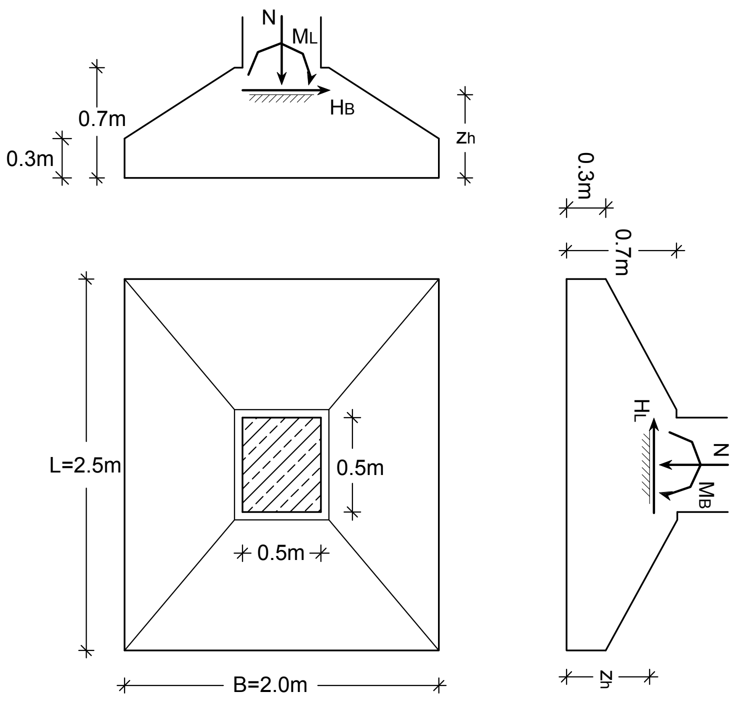
Ζήτημα 1 (3.0 βαθμοί)

Η θεμελίωση γωνιακού υποστυλώματος γίνεται με το πέδιλο του σχήματος σε βάθος 2.0m. Να γίνει ο έλεγχος του θεμελίου σε διάτρηση. Δίνονται τα εξής:

- Τα φορτία που ασκούνται στο θεμέλιο φαίνονται στον πίνακα:

Τύπος φορτίου	N (kN)	H_B (kN)	M_L (kNm)	H_L (kN)	M_B (kNm)
Μόνιμα G	600	110	180	90	170
Κινητά Q	200	45	100	35	90

- Ο οπλισμός κάμψης που έχει τοποθετηθεί στο θεμέλιο είναι 17Φ14 κατά B-B και 14Φ14 κατά L-L
- Σκυρόδεμα C16, χάλυβας B500C και επικάλυψη 5cm



Λύση

Αρχικά προσδιορίζονται τα φορτία για τον έλεγχο σε διάτρηση. Πρόκειται για έλεγχο του σώματος θεμελίωσης, συνεπώς εξετάζεται ο συνδυασμός 1.35G+1.50Q (σελ. 3.20 σημειώσεων και σελ. 6 τυπολογίου για επιφανειακά θεμέλια)

Για τον έλεγχο σε διάτρηση χρειάζεται μόνο ο υπολογισμός του κατακόρυφου φορτίου N.

$$N_{ολ} = 1.35 N_G + 1.5 N_Q = 1.35 \cdot 600 + 1.5 \cdot 200 = 1110 \text{ kN}$$

Γίνεται ο έλεγχος σε διάτρηση (σύμφωνα με σελ. 3.28-3.30 θεωρίας και σελ. 9 τυπολογίου).

Ο έλεγχος γίνεται κατά μήκος μιας κρίσιμης διατομής που περιβάλλει το υποστύλωμα σε απόσταση h από την παρειά.

<u>Πρέπει</u> $v_{sd} \le v_{Rd1}$

Είναι $v_{sd} = \dfrac{\beta \cdot V_{sd}}{u}$ με $V_{sd} = N_{ολ} - \sigma_{μεση} \cdot \ell'_B \cdot \ell'_L$

$$\sigma_{μεση} = \frac{N_{ολ}}{B \cdot L} = \frac{1110 \text{ kN}}{2.0\text{m} \cdot 2.5\text{m}} = 222.00 \ \frac{\text{kN}}{\text{m}^2}$$

Ακόμη

$$\ell'_B = \left(2h + C_B\right) \le B \Leftrightarrow \ell'_B = \left(2 \cdot 0.7 + 0.5\right)\text{m} = 1.9 \text{ m} \le B = 2.0 \text{ m}$$

$$\ell'_L = \left(2h + C_L\right) \le L \Leftrightarrow \ell'_L = \left(2 \cdot 0.7 + 0.5\right)\text{m} = 1.9 \text{ m} \le L = 2.5 \text{ m}$$

Είναι $u \simeq 2 \cdot \ell'_B + 2 \cdot \ell'_L = 2 \cdot 1.9 + 2 \cdot 1.9 = 7.60 \text{ m}$

Επίσης (ΕΚΩΣ 2000 §13.3.β): β=1.5 για γωνιακά υποστυλώματα

Οπότε $V_{sd} = N_{ολ} - \sigma_{μεση} \cdot \ell'_B \cdot \ell'_L = 1110 \text{ kN} - 222.00 \dfrac{\text{kN}}{\text{m}^2} \cdot 1.9 \text{ m} \cdot 1.9 \text{ m} = 308.58 \text{ kN}$

και τελικά $v_{sd} = \dfrac{\beta \cdot V_{sd}}{u} = \dfrac{1.5 \cdot 308.58 \text{ kN}}{7.60 \text{ m}} = 60.90 \ \dfrac{\text{kN}}{\text{m}}$ όπου β=1.5 για γωνιακό υποστύλωμα

$$v_{Rd1} = \tau_{Rd} \cdot \kappa \cdot \left(1.20 + 40\rho''_\ell\right) \cdot d''$$

$$\tau_{Rd} = 0.22 \text{ MPa} = 220 \text{ kPa} \text{ για C16}$$

Απαιτούνται οι παρακάτω υπολογισμοί στατικού ύψους για κωνική διατομή:

$$d''_I = \left(h' - c_{nom}\right) + \left(h - h'\right) \cdot \frac{B - \ell'_B}{B - C_B - 0.1} = \left(0.3 - 0.05\right) + \left(0.7 - 0.3\right) \cdot \frac{2.0 - 1.9}{2.0 - 0.5 - 0.1} = 0.279 \text{ m}$$

$$d''_{II} = \left(h' - c_{nom}\right) + \left(h - h'\right) \cdot \frac{L - \ell'_L}{L - C_L - 0.1} = \left(0.3 - 0.05\right) + \left(0.7 - 0.3\right) \cdot \frac{2.5 - 1.9}{2.5 - 0.5 - 0.1} = 0.376 \text{ m}$$

$$d'' = \frac{d''_I + d''_{II}}{2} = \frac{0.279 + 0.376}{2} = 0.328 \text{ m}$$

Οπότε

$\kappa = 1.6 - d'' = 1.6 - 0.328 = 1.272 \ge 1$ ισχύει άρα $\kappa = 1.272$

Ακόμη

$\rho''_\ell \simeq \sqrt{\dfrac{A_{s\ell,B-B}}{L \cdot d''_I} \cdot \dfrac{A_{s\ell,L-L}}{B \cdot d''_{II}}} = \sqrt{\dfrac{26.18\text{cm}^2}{250\text{cm} \cdot 27.9\text{cm}} \cdot \dfrac{21.56\text{cm}^2}{200\text{cm} \cdot 37.6\text{cm}}} = 0.00328 \le 0.015$ που ισχύει άρα

λαμβάνεται $\rho''_\ell = 0.00328$

Όπου ο διαμήκης οπλισμός στις αντίστοιχες διευθύνσεις δίνεται:

$A_{s\ell,B-B} = 26.18\text{cm}^2 \ \left(17\varnothing 14\right)$ και $A_{s\ell,B-B} = 21.56\text{cm}^2 \ \left(14\varnothing 14\right)$

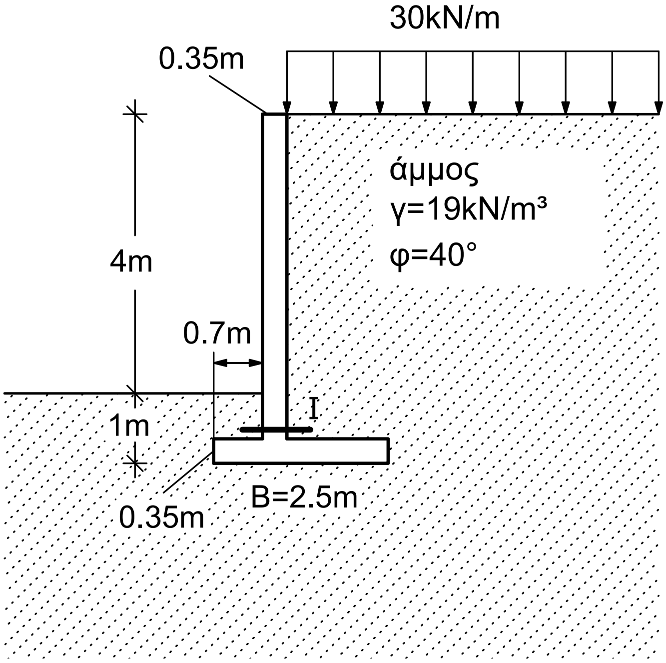
Τελικά $v_{Rd1} = \tau_{Rd} \cdot \kappa \cdot \left(1.20 + 40\rho''_\ell\right) \cdot d'' = 220 \dfrac{\text{kN}}{\text{m}^2} \cdot 1.272 \cdot \left(1.2 + 40 \cdot 0.00328\right) \cdot 0.328\text{m} = 122.19 \ \dfrac{\text{kN}}{\text{m}}$

Προκύπτει $v_{sd} = 60.90 \dfrac{\text{kN}}{\text{m}} \le v_{Rd1} = 122.19 \dfrac{\text{kN}}{\text{m}}$ άρα ο έλεγχος σε διάτρηση ικανοποιείται.

Ζήτημα 2 (3.5 βαθμοί)

Για τον τοίχο αντιστήριξης οπλισμένου σκυροδέματος του σχήματος να γίνει ο υπολογισμός του οπλισμού (έλεγχος σε κάμψη) στη διατομή Ι.

Δίνεται οπλισμένο σκυρόδεμα C25-B500C με ειδικό βάρος $\gamma_{σκυρ}$=25kN/m³, επικάλυψη 5cm



Λύση

Αρχικά υπολογίζονται οι ωθήσεις λόγω του ιδίου βάρους του εδάφους και λόγω της επιφόρτισης. Ο τοίχος λόγω των ωθήσεων απομακρύνεται από το έδαφος άρα ενδιαφέρουν οι ενεργητικές ωθήσεις (σελ. 5.12 θεωρίας). Για τον υπολογισμό του οπλισμού και της διάτμησης στη διατομή Ι ενδιαφέρουν οι ωθήσεις που αναπτύσσονται έως εκείνο το βάθος, δηλαδή 4.65m από την επιφάνεια του εδάφους (4m+1m-0m35m=4.65m).

Για φ=40° προκύπτει K_a=0.2174 (πίνακας στη σελ. 5.15 θεωρίας)

<u>Ενεργές τάσεις εδάφους</u> (ίσες με τις ολικές τάσεις καθώς δεν υπάρχει υδροφόρος ορίζοντας)

z=0.0m → $\sigma'_{vo,0m} = 0.0\,\frac{kN}{m^2}$

z=4.65m → $\sigma'_{vo,4.65m} = 19\,\frac{kN}{m^3}\cdot 4.65m = 88.35\,\frac{kN}{m^2}$

<u>Οριζόντιες τάσεις/ωθήσεις εδάφους</u>

z=0.0m → $\sigma'_{ha,0m} = K_a \cdot \sigma'_{vo,0m} = 0.0\,\frac{kN}{m^2}$

z=4.65m → $\sigma'_{ha,4.65m} = K_a \cdot \sigma'_{vo,4.65m} = 0.2174 \cdot 88.35 = 19.21\,\frac{kN}{m^2}$

<u>Συνισταμένη εδαφική ώθηση</u>

$P_a = \frac{1}{2}\cdot 19.21\,\frac{kN}{m^2}\cdot 4.65\text{ m} = 44.66\,\frac{kN}{m}$ (βλ. σχήμα) (η τιμή είναι kN ανά m μήκους του τοίχου)

με θέση εφαρμογής στο $\frac{1}{3}\cdot 4.65 = 1.55\text{ m}$ από τη διατομή Ι (βάση του τριγώνου των ωθήσεων)

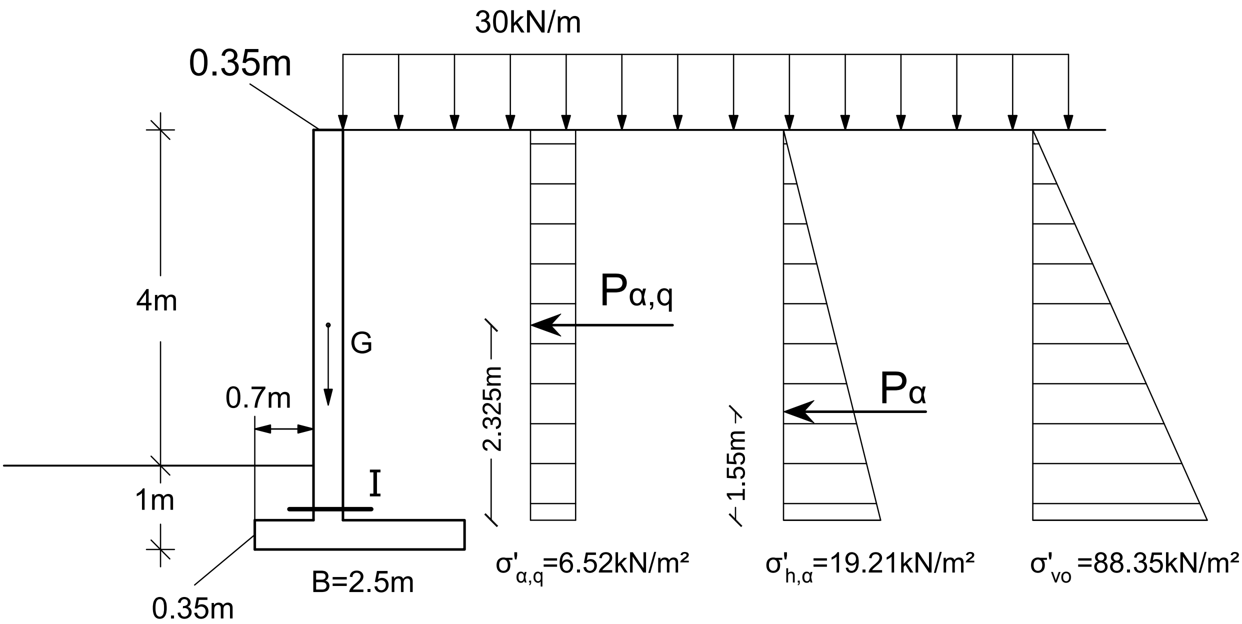
Ωθήσεις επιφόρτισης

$\sigma'_{\alpha,q} = K_\alpha \cdot q = 0.2174 \cdot 30 = 6.52 \frac{kN}{m^2}$ σταθερές με το βάθος (σελ. 5.17 θεωρίας)

Συνισταμένη ώθηση λόγω επιφόρτισης

$P_{\alpha q} = 6.52 \ \frac{kN}{m^2} \cdot 4.65 \ m = 30.32 \ \frac{kN}{m}$ (βλ. σχήμα)

με θέση εφαρμογής στο $\frac{1}{2} \cdot 4.65 = 2.325$ m από τη διατομή I (βάση του τριγώνου των ωθήσεων)



Υπολογισμός εντατικών μεγεθών στη διατομή I

Ροπή κάμψης:

$$M_I = P_\alpha \cdot 1.55m + P_{\alpha q} \cdot 2.325m = 44.66 \frac{kN}{m} \cdot 1.55 + 30.32 \frac{kN}{m} \cdot 2.325m = 139.72 \ \frac{kNm}{m}$$

(ο υπολογισμός έγινε με βάση την ίνα αναφοράς που φαίνεται στο σχήμα)

Αξονικό φορτίο:

$N_I = -G_I = -0.35m \cdot 4.65m \cdot 25 \frac{kN}{m^3} = -40.69 \ \frac{kN}{m}$ (βάρος ανά m μήκους του τοίχου, θλιπτικό)

Τέμνουσα δύναμη:

$$V_I = P_\alpha + P_{\alpha q} = 44.66 \frac{kN}{m} + 30.32 \frac{kN}{m} = 74.98 \ \frac{kN}{m}$$

Διαστασιολόγηση σε κάμψη στη διατομή I

Ο υπολογισμός οπλισμού από τον έλεγχο σε κάμψη γίνεται με τον ίδιο τρόπο που γίνεται σε δοκό με προέχουσα κάμψη (βλ. Οπλισμένο Σκυρόδεμα I).

Ροπή σχεδιασμού (διαφοροποιείται από την M_I λόγω αξονικής δύναμης):

$$M_{sd,I} = M_I - N \cdot \frac{t_{κορμ}}{2} = 139.72 - (-40.69) \cdot \frac{0.35}{2} = 146.84 \ kNm$$

$$\mu_{sd,I} = \frac{M_{sd,I}}{b \cdot d^2 \cdot f_{cd}} = \frac{146.84\ kNm}{1.0m \cdot 0.30^2 m^2 \cdot \dfrac{25000}{1.5}\dfrac{kN}{m^2}} = 0.098 < \mu_{lim} = 0.31$$

Στην παραπάνω σχέση το στατικό ύψος υπολογίστηκε ως το πάχος κορμού μείον την επικάλυψη

Από τους σχετικούς πίνακες μ_{sd}-ω προκύπτει με γραμμική παρεμβολή:

$$\omega_I = 0.0955 + \left(0.1069 - 0.0955\right)\frac{0.098 - 0.09}{0.10 - 0.09} = 0.1046$$

Απαιτούμενος οπλισμός:

$$A_{s,I} = \omega_I \cdot b \cdot d \cdot \frac{f_{cd}}{f_{yd}} + \frac{N_I}{f_{yd}} = 0.1046 \cdot 100cm \cdot 30cm \cdot \frac{\dfrac{25000}{1.5}kPa}{\dfrac{500000}{1.15}kPa} + \frac{-40.69\ kN}{\dfrac{50}{1.15}\dfrac{kN}{cm^2}} = 11.09\ cm^2$$

Ελάχιστος οπλισμός:

$$A_{s,min} = \max\begin{cases} \dfrac{0.6 \cdot b \cdot d}{f_{yk}} = \dfrac{0.6 \cdot 100cm \cdot 30cm}{500MPa} = 3.6cm^2 \left(f_{yk}\ \text{σε MPa}\right) \\ 1.5‰ \cdot b \cdot d = 0.0015 \cdot 100cm \cdot 30cm = 4.5cm^2 \end{cases} \quad \text{άρα}\ A_{s,min} = 4.50cm^2$$

Μέγιστη επιτρεπτή απόσταση μεταξύ οπλισμών:

$$s \le \min\left\{20cm, 1.5 \cdot t_{κορμ} = 52.5cm\right\} = 20\ cm$$

Μέγιστος οπλισμός:

$$A_{max} = 4\% \cdot b \cdot d = 0.04 \cdot 100cm \cdot 30cm = 120\ cm^2$$

Με βάση τα παραπάνω τίθεται Ø12/10=11.31cm² (Πίνακες οπλισμών ανά απόσταση στις σελ. 5.37-5.38 των σημειώσεων θεωρίας). Ο οπλισμός που τοποθετείται ανά μέτρο μήκους του τοίχου είναι:

- Μεγαλύτερος από τον απαιτούμενο οπλισμό 11.09cm² αλλά και τον ελάχιστο οπλισμό 4.5cm²
- Μικρότερος από τον μέγιστο επιτρεπόμενο οπλισμό 120cm²
- Η απόσταση των 10cm είναι μικρότερη από το μέγιστο όριο 20cm

<u>Οριζόντιος οπλισμός στη διατομή Ι</u>

Τοποθετείται οριζόντιος οπλισμός διανομής βάσει της σχέσης:

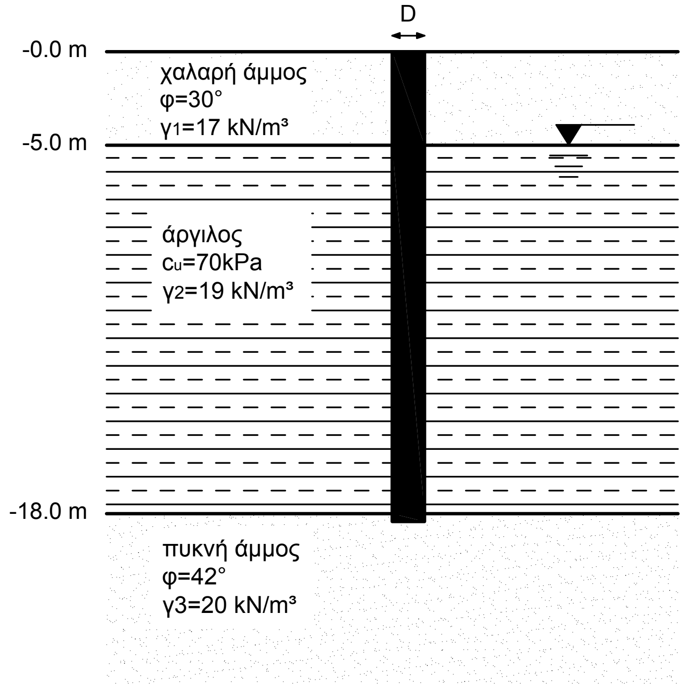
$$A_{s,οριζ} = \max\begin{cases} 20\% \cdot A_{s,κυρ} = 0.2 \cdot 11.31 = 2.26cm^2 \\ \varnothing 8/250mm = 2.01cm^2 \end{cases}$$

Άρα τελικά τοποθετούνται Ø8/22=2.28cm²

Ζήτημα 3 (3.5 βαθμοί)

Να υπολογιστεί το επιτρεπόμενο κατακόρυφο φορτίου για τον φρεατοπάσσαλο του σχήματος:

- Χαρακτηριστικά πασσάλου D=0.8m, L=18m
- όπου χρειαστεί να ληφθεί $\gamma_{κορ} \approx \gamma$ και γ_w=10kN/m³



Λύση

Με βάση το σχήμα της εκφώνησης θα υπολογιστούν στις δύο πρώτες στρώσεις (χαλαρή άμμος και άργιλος) η αντίσταση τριβής και στην τρίτη στρώση (πυκνή άμμος) μόνο η αντίσταση αιχμής.

Χαλαρή άμμος πάχους 5m:

Η αντίσταση τριβής του πασσάλου δίνεται από τη σχέση $Q_s = \pi \cdot D \cdot \sum_1^n (H_i \cdot f_{s,i})$

Η οριακή αντίσταση τριβής δίνεται ως $f_{s,i} = K \cdot \sigma'_{v,i} \cdot \tan\delta \leq 100$ kPa

Για φρεατοπάσσαλο σε χαλαρή άμμο λαμβάνεται (σελ. 4.21)

- K=0.7
- $\delta = \varphi \Rightarrow \tan\delta = \tan\varphi = \tan 30^\circ = 0.577$

Οι τάσεις υπολογίζονται στο άνω και κάτω όριο της χαλαρής άμμου. Στην στρώση της χαλαρής άμμου οι ενεργές τάσεις είναι ίσες με τις ολικές καθώς ο υδροφόρος ορίζοντας ξεκινάει σε μεγαλύτερο βάθος:

Σε z=0.0m είναι: $\sigma'_{v,0m} = \gamma_1 \cdot z = 17\ kN/m^3 \cdot 0m = 0$ kPa

Σε z=-5.0m είναι: $\sigma'_{v,5m} = \gamma_1 \cdot z = 17\ kN/m^3 \cdot 5m = 85.0$ kPa

Συνεπώς:

Σε z=0.0m είναι: $f_{s,0m} = K \cdot \sigma'_{v,0m} \cdot \tan\delta = 0.7 \cdot 0 \cdot 0.577 = 0 \leq 100$ kPa

Σε z=-5.0m είναι: $f_{s,5m} = K \cdot \sigma'_{v,5m} \cdot \tan\delta = 0.7 \cdot 85\ kPa \cdot 0.577 = 34.33\ kPa \leq 100\ kPa$

Άρα για τη χαλαρή άμμο 0.0-5.0m $f_{s,0-5} = \dfrac{0 + 34.33}{2} = 17.17\ kPa$

Τελικά για τη χαλαρή άμμο $Q_{s1} = \pi \cdot D \cdot \sum_{1}^{n} \left(H_i \cdot f_{s,i}\right) = 3.14 \cdot 0.8m \cdot \left(5.0m \cdot 17.17 \dfrac{kN}{m^2}\right) = 215.66\ kN$

Άργιλος πάχους 13m:

Η αντίσταση τριβής του πασσάλου δίνεται από τη σχέση $Q_s = \pi \cdot D \cdot \sum_{1}^{n} \left(H_i \cdot f_{s,i}\right)$

Η οριακή αντίσταση τριβής δίνεται ως $f_s = a \cdot c_u$

Ο εμπειρικός συντελεστής πρόσφυσης υπολογίζεται (σελ. 4.23) από τη σχέση:

$a = 0.21 + \dfrac{26}{c_u} \leq 1$ (c_u σε kPa)

$a = 0.21 + \dfrac{26}{c_u} \leq 1 \Rightarrow a = 0.21 + \dfrac{26}{70} \leq 1 \Rightarrow a = 0.581 \leq 1$

Άρα για την άργιλο $f_s = a \cdot c_u = 0.581 \cdot 70\ kPa = 40.67\ kPa$

Τελικά για την άργιλο $Q_{s2} = \pi \cdot D \cdot \sum_{1}^{n} \left(H_i \cdot f_{s,i}\right) = 3.14 \cdot 0.8m \cdot \left(13.0m \cdot 40.67 \dfrac{kN}{m^2}\right) = 1328.12\ kN$

Πυκνή άμμος (αιχμή):

Η αντίσταση αιχμής του πασσάλου δίνεται από τη σχέση $Q_b = \dfrac{\pi \cdot D^2}{4} \cdot q_b$

Η οριακή αντίσταση αιχμής για φρεατοπάσσαλο (σελ. 4.20) δίνεται ως $q_b = \sigma'_{v,b} \cdot N_q \leq 4\ MPa$

Η κατακόρυφη ενεργός τάση στο βάθος της αιχμής (-18.0m) υπολογίζεται ως εξής:

Σε z=-18.0m είναι: $\sigma_{v,18m} = \gamma_1 \cdot z_1 + \gamma_2 \cdot z_2 = 17\ \dfrac{kN}{m^3} \cdot 5m + 19\ \dfrac{kN}{m^3} \cdot 13m = 332.0\ kPa$

$u_{18m} = \gamma_w \cdot z_w = 10 \dfrac{kN}{m^3} \cdot 13m = 130.00\ kPa$ (13m υδροφόρου ορίζοντα)

$\sigma'_{v,18m} = \sigma_{v,18m} - u_{18m} = 332 - 130 = 202.00\ kPa$

Εναλλακτικά: $\sigma'_{v,18m} = 17\ \dfrac{kN}{m^3} \cdot 5m + \left(19 - 10\right)\ \dfrac{kN}{m^3} \cdot 13m = 202.0\ kPa$

Επίσης $N_q = a_t \cdot N'_q$ που υπολογίζεται ως εξής:

Για φρεατοπάσσαλο λαμβάνεται (σελ. 4.20) $\varphi' = \varphi_b - 3^\circ = 42^\circ - 3^\circ = 39^\circ$.

Από τα νομογραφήματα της σελ. 4.20 για $\varphi' = 39^\circ$:

- $N'_q = 159$
- για $\dfrac{L}{D} = \dfrac{18m}{0.8m} = 22.5$ προκύπτει a_t=0.72

άρα $N_q = a_t \cdot N'_q = 0.72 \cdot 159 = 114.48$

Τελικά $q_b = \sigma'_{v,b} \cdot N_q = 202.00 \cdot 114.48 = 23124.96\ kPa \leq 4\ MPa = 4000\ kPa$

Συνεπώς λαμβάνεται $q_b = 4000\ kPa$

Η αντίσταση αιχμής πασσάλου υπολογίζεται

$$Q_b = \frac{\pi \cdot D^2}{4} \cdot q_b = \frac{3.14 \cdot 0.8^2 m^2}{4} \cdot 4000 \ \frac{kN}{m^2} = 2009.6 \text{ kN}$$

Επιτρεπόμενο φορτίο φρεατοπασσάλου

Συνολικά το επιτρεπόμενο κατακόρυφο φορτίο του πασσάλου υπολογίζεται (σελ. 4.18 θεωρίας):

$$Q_{\varepsilon\pi} = \frac{Q_b}{3} + \frac{Q_s}{2} = \frac{2009.6}{3} + \frac{215.66 + 1328.12}{2} = 669.87 + 771.89 = 1441.76 \text{ kN}$$